

DIMENSIÓN FRACTAL DE LA DISTRIBUCIÓN ESPACIAL DE FRACTURAS EN EL ÁREA GRANÍTICA DE EL BERROCAL (SISTEMA CENTRAL): RELACIÓN CON EL TENSOR DE ESFUERZOS

R. Pérez López¹, A. Muñoz Martín¹, C. Paredes², G. De Vicente¹ y F. J. Elorza²

¹Dpto. de Geodinámica, Facultad CC. Geológicas, U.C.M., 28040 Madrid, (rbicoi@eucmos.sim.ucm.es).

²Dpto. de Matemática Aplicada y Métodos Informáticos, ETSI Minas, U.P.M., Ríos Rosas 21, 28003 Madrid.

Resumen: En este trabajo se ha realizado un análisis del patrón de fracturación en el macizo granítico de El Berrocal mediante un análisis fractal a tres escalas diferentes (1:2.000, 1:10.000 y 1:500.000). El análisis se realizó en primer término para todo el conjunto de fracturas cartografiadas, y posteriormente con los mapas de fracturas filtrados mediante criterios dinámicos (sólo con las fracturas potencialmente activas bajo uno de los dos campos de paleoesfuerzos deducidos). La técnica empleada en el cálculo de la dimensión fractal fue el conteo binario de celdas bidimensional (*box-counting 2-D*) y unidimensional (*box-counting 1-D*). Con esta última técnica se ha obtenido la variación de dimensión fractal con la orientación del perfil de fracturación analizado, que evidencia la existencia de una anisotropía fractal espacial de la fracturación en el caso de los mapas de fracturas asociados a los campos de paleoesfuerzos. La variación anisótropa de la fracturación muestra una dirección de máxima complejidad en el espaciado entre fracturas, reflejada en el valor máximo de dimensión fractal que es perpendicular a la orientación del máximo esfuerzo horizontal (σ_{Hmax}). Por lo que respecta a las magnitudes de la dimensión fractal, ésta es mayor en el campo de paleoesfuerzos más reciente (Alpino), lo cual concuerda con que este campo de esfuerzos reactiva fallas previas y forma nuevas fallas, resultando un patrón de fracturación más complejo, y por tanto con mayor dimensión fractal.

Palabras clave: Fractal, fracturas, autosemejante, tensor de esfuerzos, anisotropía, dirección de σ_{Hmax} , Sistema Central.

Abstract: A fractal analysis of fracture spatial patterns was carried out in the granitic massif of "El Berrocal" for three structural map scales (1:2.000, 1:10.000 and 1:500.000). At first, the total fracture map was analysed on each scale, and a second step, the dynamic fracture maps were built and analysed by filtering of active faults due to two stress fields. The technique used to obtain the fractal dimension was the "box-counting" 1-D and 2-D (one dimension and two dimension). The "box-counting 1-D" technique has been used to take values of the fractal dimension related to the orientation of the measurements. One fractal anisotropy was showed in dynamic fracture maps associated to palaeostress fields, as the maximum value of fractal dimension. A good relationship has been found between σ_{Hmax} strike (maximum horizontal stress) and the orientation of the fracturing profiles for the maximum fractal dimension value. First results point to σ_{Hmax} strike is perpendicular with the maximum complexity orientation. The larger value of fractal dimension in fracture dynamic map due to recent stress field (Alpine) is agree with the fact that, this stress field activates old faults and generates new faults, and it shows a more complex fracture pattern.

Key words: Fractal, fractures, self-similar, stress-tensor, anisotropy, σ_{Hmax} strike, Sistema Central.

Pérez López, R. Muñoz Martín, A., Paredes, C., De Vicente, G. y Elorza, F.J. (2000): Dimensión fractal de la distribución espacial de fracturas en el área granítica de El Berrocal (Sistema Central): Relación con el tensor de esfuerzos. *Rev. Soc. Geol. España*, 13 (3-4): 487-503

El estudio de los sistemas naturales desde el prisma de un fractal es interesante puesto que nos permite identificar aquellos conjuntos que se comportan de forma *invariante* al cambio de escala (Mandelbrot, 1975). La invarianza al cambio de escala se conoce como autosemejanza y es muy intuitiva en múltiples estructuras

geológicas. Esta propiedad indica que un conjunto natural reconocido como fractal presenta las mismas relaciones geométricas (pautas espaciales) al cambiar de escala, aparece una convergencia morfológica con el cambio de escala. Existe un rango de escalas en el que una parte del conjunto nos revela propiedades geomé-

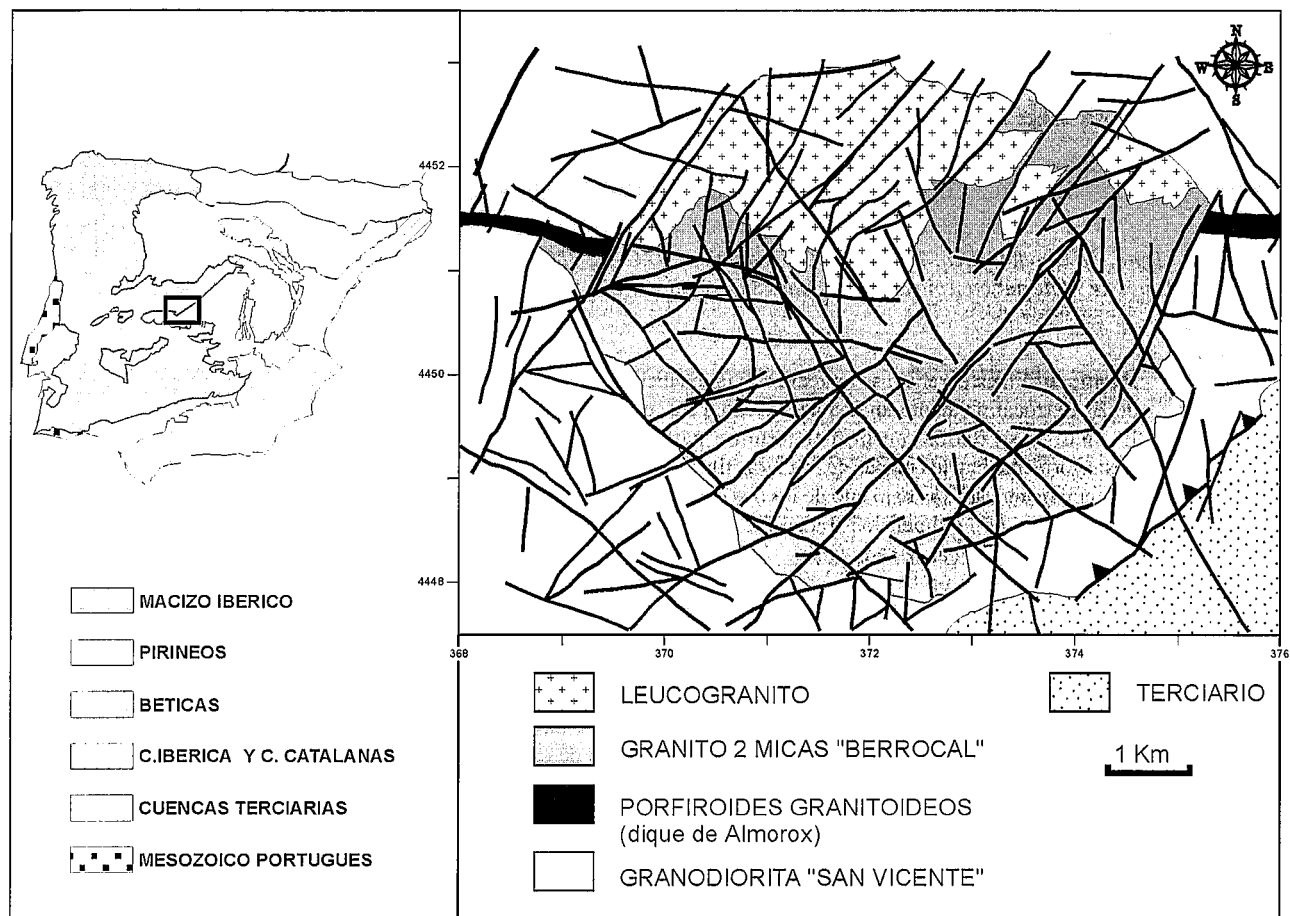


Figura 1.- Esquema y localización geológica de las principales unidades petrológicas diferenciadas en el macizo de El Berrocal (HIDROBAP, 1999).

tricas del conjunto total. Este rango de escalas de invarianza está acotado por una escala mínima (*inner-cutoff*) y otra máxima (*outer-cutoff*), y estos límites siempre existen para un fractal estadístico (Paredes, 1995). La autosemejanza indica una simetría al cambio de escala percibida en el macizo granítico de El Berrocal al permanecer invariables las orientaciones de las modas principales en la fracturación reconocidas en un amplio espectro de escalas. Esta autosemejanza, presente, además por la incapacidad de reconocer la escala de representación en los mapas de fracturas si no se indica mediante una longitud característica, apunta hacia un comportamiento fractal en la distribución espacial de la fracturación.

Normalmente, el análisis fractal permite reconocer propiedades y comportamientos de sistemas complejos que no se encuadran de forma precisa dentro de los sistemas lineales. La expresión matemática del comportamiento fractal son las leyes potenciales. Una ley potencial es una expresión como la reflejada en la ecuación:

$$N(\epsilon) \propto \epsilon^{-D} \quad \{1\}$$

Utilizando esta ecuación para analizar la fracturación como sistema complejo, la variable ϵ corresponde a la escala y $N(\epsilon)$ al número de objetos que cumplen la ecuación

{1} para esa escala. Una ley potencial representada en un gráfico bilogarítmico se ajusta a una recta cuya pendiente es el valor del exponente D , conocido como *dimensión fractal* ó *dimensión de capacidad* (Xu y Burton, 1999). Los valores de ϵ y $N(\epsilon)$ de la distribución espacial de fracturas se determinan mediante las denominadas técnicas de conteo y a partir de la ecuación {1}, se obtiene el valor de la dimensión fractal. Esta dimensión fractal expresa la irregularidad en el espaciado entre fracturas dentro de un rango de escalas concreto y es directamente proporcional a la densidad de fracturación. Aunque, existe un número mínimo de fracturas que permite caracterizar ese patrón de fracturación en cada mapa representado.

Actualmente, los trabajos sobre análisis fractal aplicado a la fracturación se centran en identificar el tipo de fractal sensible de ser medido (autosemejante, autoafín, fractal homogéneo, multifractal, fractal anisótropo, etc.) (Cowie y Scholz, 1992; Gillespie *et al.*, 1993; Paredes, 1995; Castaing *et al.*, 1996; Turcotte, 1997). Estos diferentes tipos de fractales exigen distintas técnicas de caracterización: técnicas multifractales (Jaffard, 1997), análisis LSM (Paredes, 1995) y elipses fractales (Pérez López, 1999), entre otras.

El objetivo del presente trabajo consiste en llevar a cabo un análisis fractal de la distribución espacial de

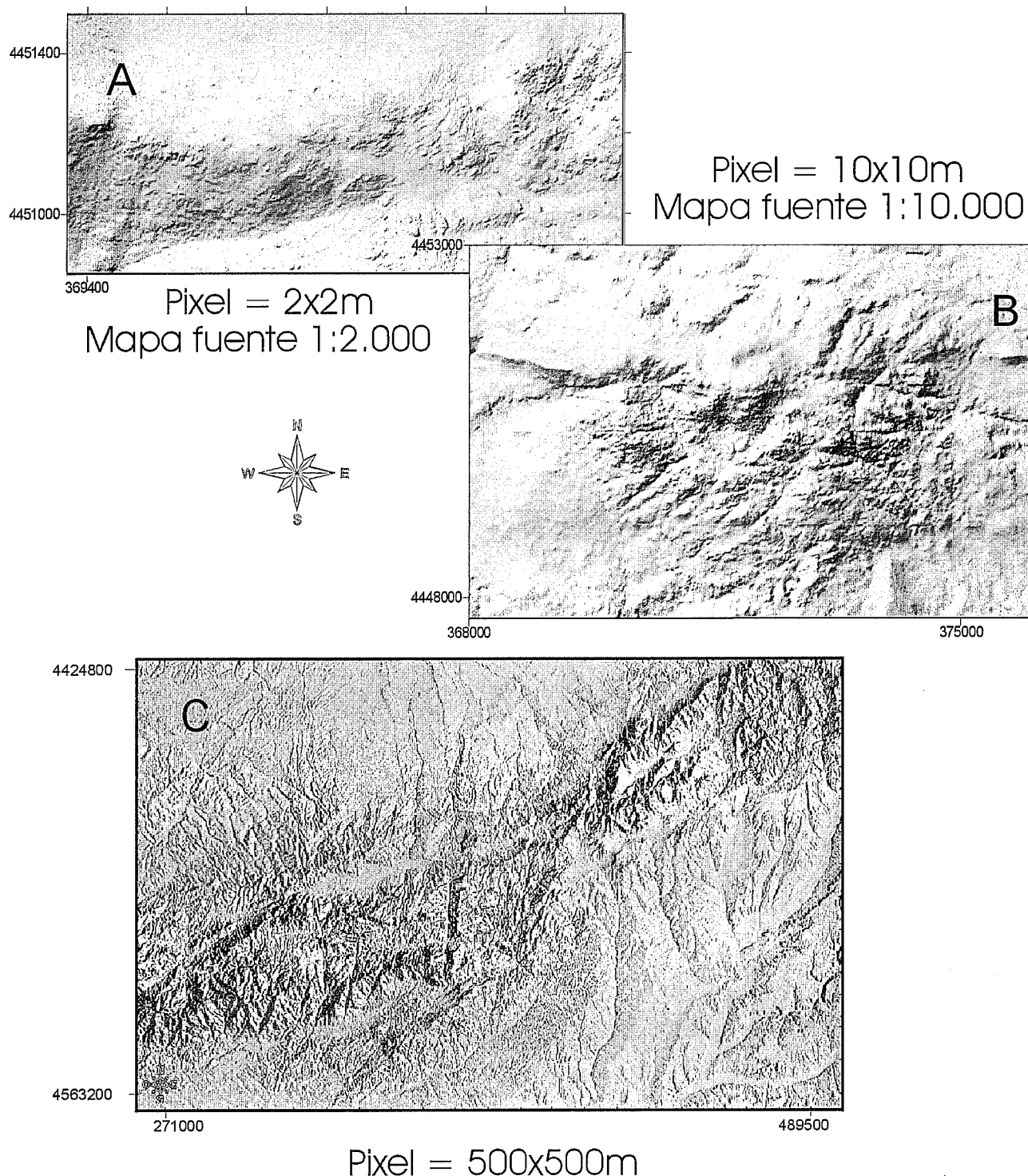


Figura 2.- Modelos digitales del terreno (MDT) para un tamaño de pixel de 2x2, 10x10 y 500x500 metros. Sobre estos modelos se realizó la interpretación morfoestructural de lineamientos, junto con fotografía aérea a escala 1:18.000 e imágenes *landsat*. Los MDT *a* y *b* se construyeron a partir de la topografía a escala 1:2.000 y 1:10.000, respectivamente. El MDT *c* corresponde a la Cartografía Digital de España.

fracturas en distintas escalas de representación, distinguiendo entre el conjunto total de fracturas y las fracturas separadas mediante criterios dinámicos (campos de paleoesfuerzos). De esta forma, se analiza la dependencia de la dimensión fractal con los diferentes parámetros geológicos, estructurales y tectónicos, comprobando la existencia de una cierta anisotropía fractal dependiente de los campos de esfuerzos. Para lograr este

objetivo, se dispuso de bastante información sobre el área granítica de El Berrocal (Sistema Central): cartografía geológica, imágenes *landsat*, fotografías aéreas, información petrográfica y dataciones K/Ar. Además se utilizó el *software* que permite calcular la dimensión fractal (código DFP, Paredes 1995), para la distribución de líneas en un área regular finita mediante la técnica de conteo binario de celdas 2-D (*box-counting*).

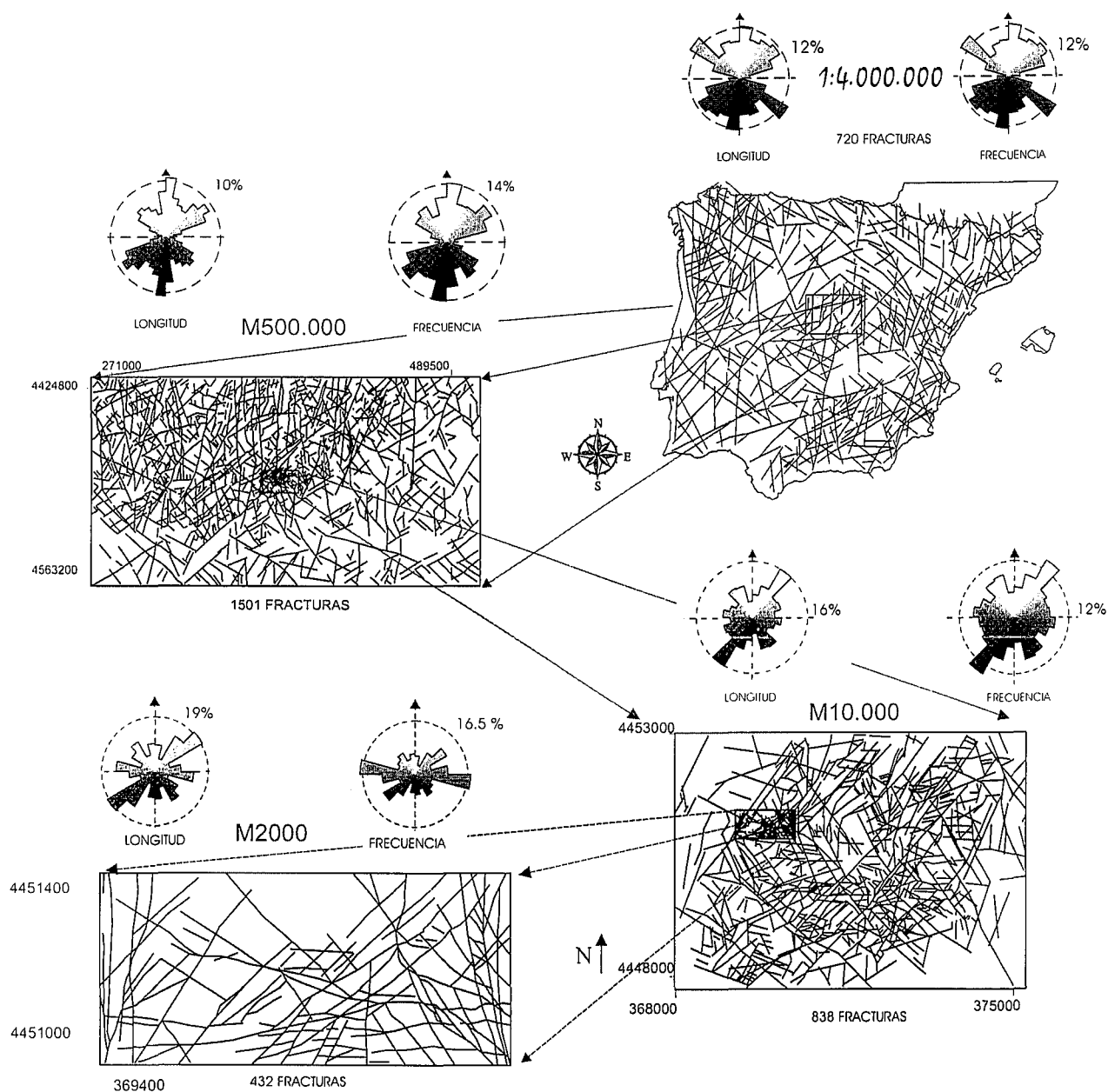


Figura 3.- Mapas de fracturas interpretadas M2.000, M10.000, M500.000 y M4.000.000, y rosas de longitudes y frecuencias. El M4.000.000 se obtuvo sobre una imagen completa de la Península Ibérica con un tamaño de pixel 4000x4000 m, también de la Carta Digital de España (1994).

Localización del área de estudio: encuadre geológico

El macizo granítico de El Berrocal se sitúa geográficamente en la provincia de Toledo, limitado por el Macizo Central de Gredos al norte y la Sierra de la Higuera y San Vicente al sur. Geológicamente se localiza en las proximidades de la falla del borde sur del Sistema Central (de orientación preferente NE-SO, figura 1). En este sector afloran una serie de macizos graníticos clasificados como post-tectónicos con relación a la orogenia hercínica (Fuster y Villaseca, 1987; HIDROBAP, 1999). Todos estos materiales se encuentran fuertemente fracturados, en relación a las etapas finales de

la orogenia hercínica y las iniciales del ciclo alpino (permotriásico), así como la fracturación asociada a la estructuración Alpina del sistema Central (Capote *et al.*, 1990). En ambas etapas de deformación son dominantes las fallas en dirección (desgarres), así como normales ligadas al periodo extensional N-S (Doblas, 1990).

El granito tipo "El Berrocal" (Fig. 1), que intruye en una granodiorita biotítica (tipo "San Vicente", Campos *et al.*, 1996), se clasifica petrológicamente como un cuarzogranito de feldespatos alcalinos con dos micas, siendo dominante la moscovita. Texturalmente es un granito de grano grueso a medio, con facies apicales leucocráticas y pegmoaplíticas, que intruyó a favor de fracturas subhorizontales de descompresión (Fig. 1). Tanto el plu-

ESCALA	Pixel (m)	superficie (Km ²)	Nº de fallas	Long. max. (m)	Long. mín. (m)
1:2.000	2	0,840	432	1.380	15
1:10.000	10	44	838	6.164	82
1:500.000	500	12.000	1.501	60.308	574

Tabla I. - Parámetros de los modelos digitales del terreno (MDT) correspondientes al área de estudio.

tón de El Berrocal como el dique aplítico de Almorox, intruyeron simultáneamente hace 297 ± 1 Ma asociados a una etapa distensiva (Campos *et al.*, 1996).

Características geométricas de la fracturación

La cartografía de fracturas se llevó a cabo mediante la interpretación morfoestructural de lineamientos sobre varios modelos digitales del terreno (MDT) (Fig. 2), fotografía aérea a escala 1:33.000, 1:18.000 y 1:2.000, y fotointerpretación de imágenes *landsat*. El estudio de los modelos digitales del terreno, junto con el resto de la información estructural, es de gran utilidad ya que nos permite analizar con igual resolución dominios tectónicos a diferentes escalas. Además, evita la ambigüedad en la interpretación de la morfoestructura al analizarse exclusivamente la topografía, y no incluir los lineamientos antrópicos (carreteras, líneas de alta tensión, etc.).

Para el análisis morfoestructural de MDT a diferentes escalas, se construyeron tres modelos digitales del terreno integrados dentro de un rango regional de la fracturación mediante un análisis macroestructural. Los MDT se crearon a partir de la digitalización de las curvas de nivel de diferentes topografías y la posterior interpolación de los valores mediante un *kriging* con un variograma lineal, excepto el modelo de tamaño de *pixel* de 500m, obtenido de la Carta Digital de España (1994). El tamaño de *pixel* de los modelos finales es de 2, 10 y 500 m, y mediante su interpretación morfoestructural se generaron tres mapas de fracturas (Fig. 3, Tabla I).

a) *Escala 1:2.000*: El resultado de la cartografía muestra 432 fracturas con un mínimo de tres órdenes de magnitud en tamaño. Se orientan preferentemente según E-O, NE-SO (N45E), NO-SE (N135E) y N-S, por frecuencia. Las fracturas de mayor tamaño corresponden a las NE-SO (N45E y N60E).

b) *Escala 1:10.000*: De 838 fracturas interpretadas, las modas principales son NE-SO (N50E), E-O y NO-SE (N150E), también con tres órdenes de magnitud en cuanto a tamaños representados. Las fracturas de mayor longitud se orientan preferentemente NE-SO y NO-SE de forma secundaria. En ambas escalas locales aparecen las mismas orientaciones principales permutadas en orden de importancia.

c) *Escala 1:500.000*: La cartografía interpretada muestra tres direcciones principales según N-S, NE-SO (N60E, aproximadamente) y NO-SE, a partir de 1501 fracturas con más de tres órdenes de magnitud en tamaño. En este mapa más regional, desaparece la orientación E-O respecto a las anteriores escalas.

El tamaño de las fracturas en los mapas a escala local y regional, muestra un rango de órdenes de magnitud entre 10 y 10^4 metros (tabla I). Con objeto de definir las áreas de mayor fracturación y el grado cualitativo de anisotropía, se realizaron mapas de la densidad de fracturación para esas escalas (Fig. 4).

Estos análisis previos son importantes ya que definen los dominios estructurales más favorables para realizar un análisis fractal unidimensional mediante el estudio del porcentaje de masa de cada conjunto de fracturas analizado. El porcentaje de masa hace referencia al número de fracturas analizadas frente al número total de fracturas, y existe un valor mínimo necesario para que nuestro análisis sea representativo (Pérez López, 1999).

Técnicas de obtención de la dimensión fractal en el análisis geométrico de la fracturación

El análisis de la distribución espacial de fracturas mediante técnicas fractales es conveniente llevarlo a cabo dentro de un amplio rango de escalas para verificar su invarianza al cambio de escala. También hay que contar con una distribución de tamaños de las trazas de las fracturas con un mínimo de tres órdenes de magnitud para no perder resolución gráfica de las estructuras frágiles generadas por un campo de esfuerzos, y utilizar la mayor cantidad de información estructural posible.

Al realizar el análisis fractal hay que comprobar el carácter autosemejante o autoafín del conjunto, ya que de ello dependerá la técnica de medida empleada. Un conjunto es *autosemejante* si su estructura geométrica en una escala determinada es invariante al cambio de escala, independientemente del cambio realizado. La *autoafinidad* es la propiedad según la cual, un conjunto bajo una transformación afín (traslación y/o rotación), sus coordenadas permanecen invariantes al cambio de escala con un diferente factor de escalado. Si nuestro conjunto no es autosemejante ni autoafín (no es fractal), analizarlo mediante técnicas fractales genera resultados erróneos.

En un conjunto autosemejante, se aplican las técnicas de conteo binario de celdas bidimensional y unidimensional para estimar su dimensión fractal. Esta dimensión fractal corresponde a la dimensión de capacidad y están basadas en la ecuación {1}. En este trabajo se calcula la dimensión fractal de la distribución espacial de fracturas según un comportamiento autosemejante mostrado por la invarianza en la orientación de las fracturas a diferente escala. La invarianza al cambio de escala es una propiedad que obedece igual al cambio del tamaño de *pixel*, aunque con ciertas consideraciones diferentes. Por este motivo, se identifica cada mapa

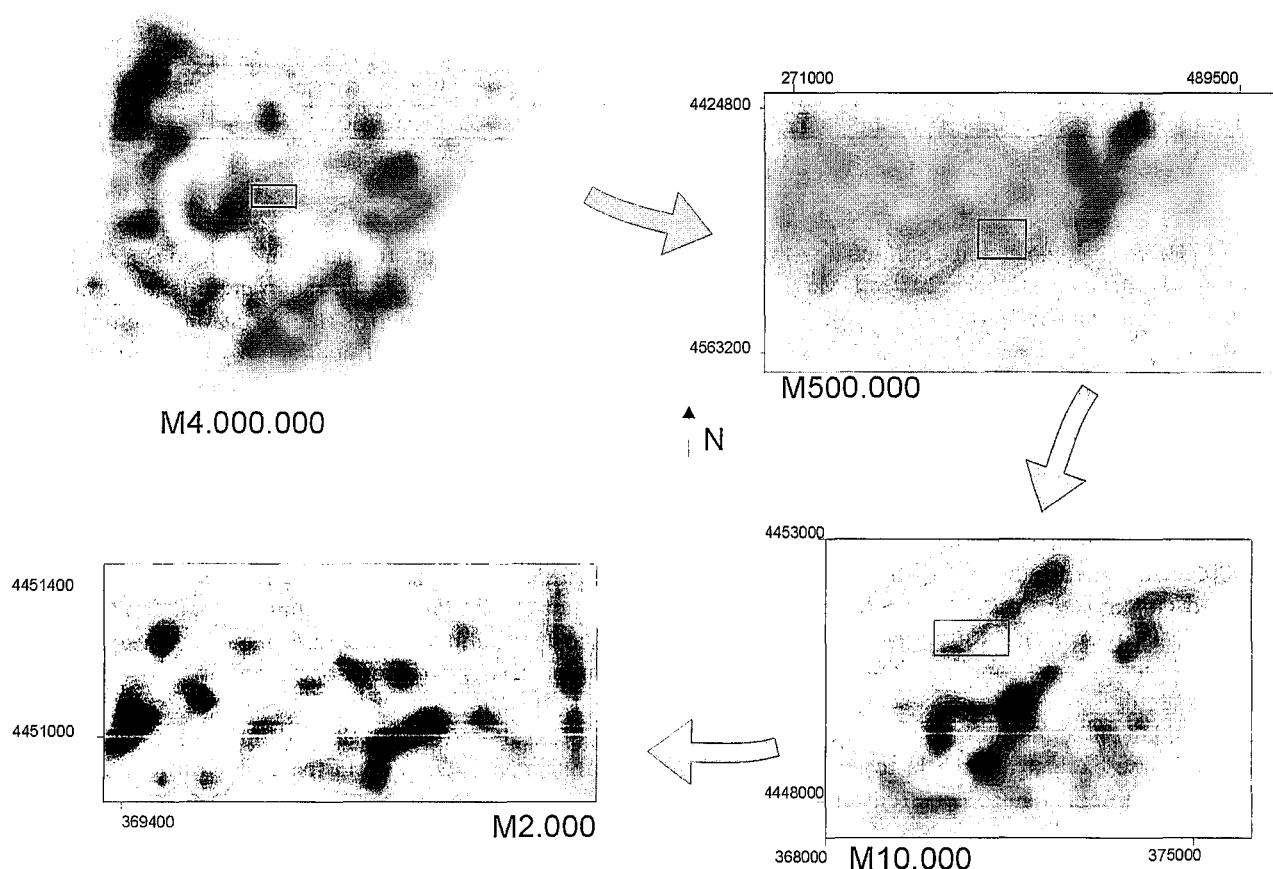


Figura 4.- Densidad de fracturación de los diferentes mapas de fracturas de la Figura 3. Esta densidad responde a la longitud de falla por unidad de superficie. A escalas mayores podemos observar una mayor anisotropía en la distribución de máximos y mínimos de fracturación.

estructural con una escala característica, comparando entre ellos los valores obtenidos de la dimensión fractal.

Análisis bidimensional: Para calcular la dimensión fractal se aplicó la técnica de conteo binario de celdas 2-D (*box-counting*) (Velde *et al.*, 1990; Harris *et al.*, 1991; Turcotte, 1992; Gillespie *et al.*, 1993; Walsh y Watterson, 1993; Paredes, 1995; Castaing *et al.*, 1992; Cello, 1997; Turcotte, 1997). Esta técnica consiste en recubrir el área fracturada mediante un mallado regular (paso de celda: e) y contar el número de celdas que por lo menos contiene una fractura. Se varía el tamaño de la celda disminuyendo el valor de paso de malla a la mitad y se repite el proceso sucesivamente (Fig. 5). Finalmente, se representa en un diagrama bilogarítmico el valor del número de celdas que contienen falla ($N(e)$), frente al paso de la malla (e). Si la curva se ajusta a una recta, el valor de la pendiente constituye su dimensión fractal. Este conteo se define como una medida binaria sobre la estructura de la red de fracturas a diferentes escalas, y se realizó mediante el código DFP (Paredes, 1995).

La superposición del mallado se llevó a cabo dentro de los límites de comportamiento autosemejante de nuestro conjunto. La escala o *límite inferior* del tamaño de la celda (*inner-cutoff*) es el tamaño de la fractura más pequeña que hay en el mapa. Por debajo de este valor, disminuye la resolución de la información aumentando la relación ruido/señal (Pérez López, 1999). La escala o *límite superior*

(*outer-cutoff*) corresponde a la celda mayor que no tiene fractura ni parte de ella. Recubriendo una superficie de dos dimensiones mediante celdas regulares para medir una distribución de fallas (líneas en el mapa) y caracterizar su irregularidad, un tamaño de celda mayor que el hueco más grande del mapa, provocará que todas las celdas tengan siempre una falla. Por encima de este valor, la relación $N(e)$ frente a e se ajusta a una recta con una pendiente igual a 2, valor de la dimensión del plano que contiene al conjunto de fracturas. Los valores por debajo del *inner-cutoff* se ajustan a 1, valor de la dimensión topológica de la propiedad que se representa (fracturas como líneas sobre un mapa). Por tanto, la dimensión fractal que se obtiene con la técnica de conteo binario de celdas 2-D (*box-counting*) es un número acotado entre los valores 1 y 2.

El último paso consiste en verificar cuantitativamente el comportamiento autosemejante en nuestro conjunto fractal de fracturas. Desplazando la malla en la horizontal, en la vertical y en la diagonal, la mitad del paso de celda ($e/2$), y girándola 30° y 60° en el sentido de las agujas del reloj (Fig. 5b), se mide la dimensión de recubrimiento para cada caso. Si los valores coinciden, la dimensión fractal no dependerá del punto de origen ni de la orientación de la malla, y el conjunto se comportará de forma autosemejante.

Análisis unidimensional: La técnica de conteo binario de celdas 1-D (Pérez López, 1999) permite determinar la dimensión fractal en función de la orientación, una vez com-

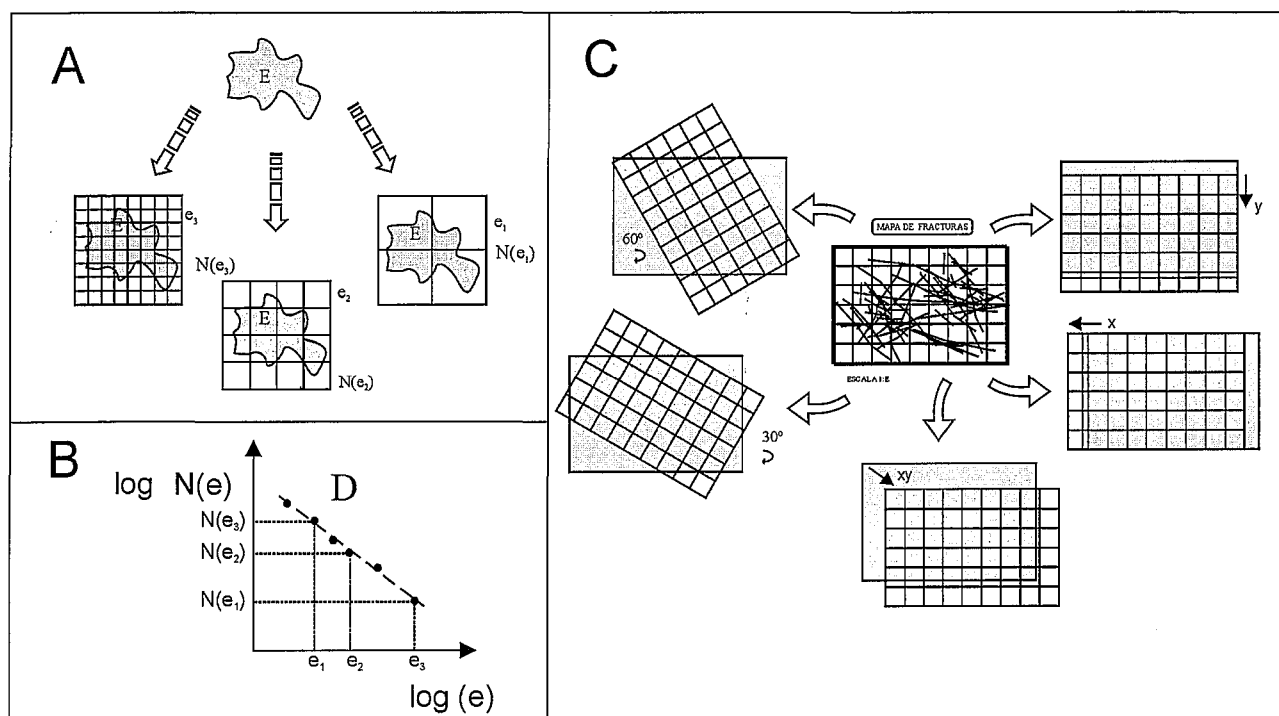


Figura 5.- a): Técnica de conteo binario de celdas 2-D (*box-counting*) sobre un conjunto fractal (E). Variando el tamaño de la celda (e) entre los valores de escala mínima (*inner-cutoff*) y máxima (*outer-cutoff*), representamos en un diagrama bilogarítmico (b) el número de celdas (N(e)) que incluyen parte del conjunto E. La pendiente de la recta ajustada es la dimensión fractal (D). Rotación y translación de la malla de recubrimiento (c) sobre el conjunto de fracturas. Si la dimensión fractal coincide el conjunto es autosemejante.

probado el carácter autosemejante con el *box-counting* 2D. Sobre el mapa de fracturas se localizan diferentes trayectorias orientadas y georreferenciadas, representando su intersección con las fracturas cartografiadas (Fig. 6). Esta construcción constituye el perfil de fracturación. La orientación de estos perfiles es conveniente que sea perpendicular a las modas de las orientaciones de las fracturas, y situados en las áreas de máxima densidad de fracturación. De este modo, se analiza el máximo grado de irregularidad de la distribución espacial de ese mapa. Sobre el perfil de fracturación se realiza un recubrimiento unidimensional mediante intervalos de tamaño constante (e, e/2, e/4) (Fig. 6-3), contando el número de intervalos (N(e), N(e/2), N(e/4)) que al menos contienen un elemento del perfil (intersección de la fractura con la trayectoria), o parte de él. Representando N(e) frente a e en un diagrama bilogarítmico, se repite el proceso para las diferentes escalas. La curva se ajusta a una recta, cuya pendiente es la dimensión fractal (D_p). La dimensión fractal medida es la dimensión del perfil de fracturación y este valor está acotado entre 0 y 1.

Los criterios para acotar el comportamiento fractal (escala mínima y máxima), coinciden con los aplicados en el caso bidimensional. Se han representado diagramas con un mínimo de cinco puntos de ajuste y 0,98 en el coeficiente de correlación al ajustar la recta en el diagrama bilogarítmico. Valores inferiores no se tuvieron en cuenta en la interpretación al tener una calidad discutible. Además, se trabajó con perfiles de fracturación con un valor entre 5% y 10% de masa del conjunto. Por último, aplicando ciertas propiedades de los

escala del área	Dimensión fractal	desplazamiento de la malla
1:2.000	1,66	Normal
1:2.000	1,66	horizontal
1:2.000	1,67	vertical
1:2.000	1,64	diagonal
1:2.000	1,28	rotación 30°
1:2.000	1,10	rotación 60°
1:10.000	1,85	normal
1:10.000	1,84	horizontal
1:10.000	1,85	vertical
1:10.000	1,86	diagonal
1:10.000	1,76	rotación 30°
1:10.000	1,60	rotación 60°
1:500.000	1,78	normal
1:500.000	1,79	horizontal
1:500.000	1,79	vertical
1:500.000	1,81	diagonal
1:500.000	1,72	rotación 30°
1:500.000	1,74	rotación 60°

Tabla II. - Dimensión fractal de la distribución espacial de fracturas aplicando la técnica de conteo binario de celdas 2-D (*box-counting* 2D).

conjuntos topológicos la dimensión fractal del conjunto de fracturas queda (Pérez López, 1999):

$$D(\text{fracturas}) \geq D(\text{perfil}) + 1 \quad \{2\}$$

Medida de la dimensión fractal del conjunto total de fracturas en El Berrocal

Es bastante significativa la similitud en las orientaciones principales de los lineamientos representados en

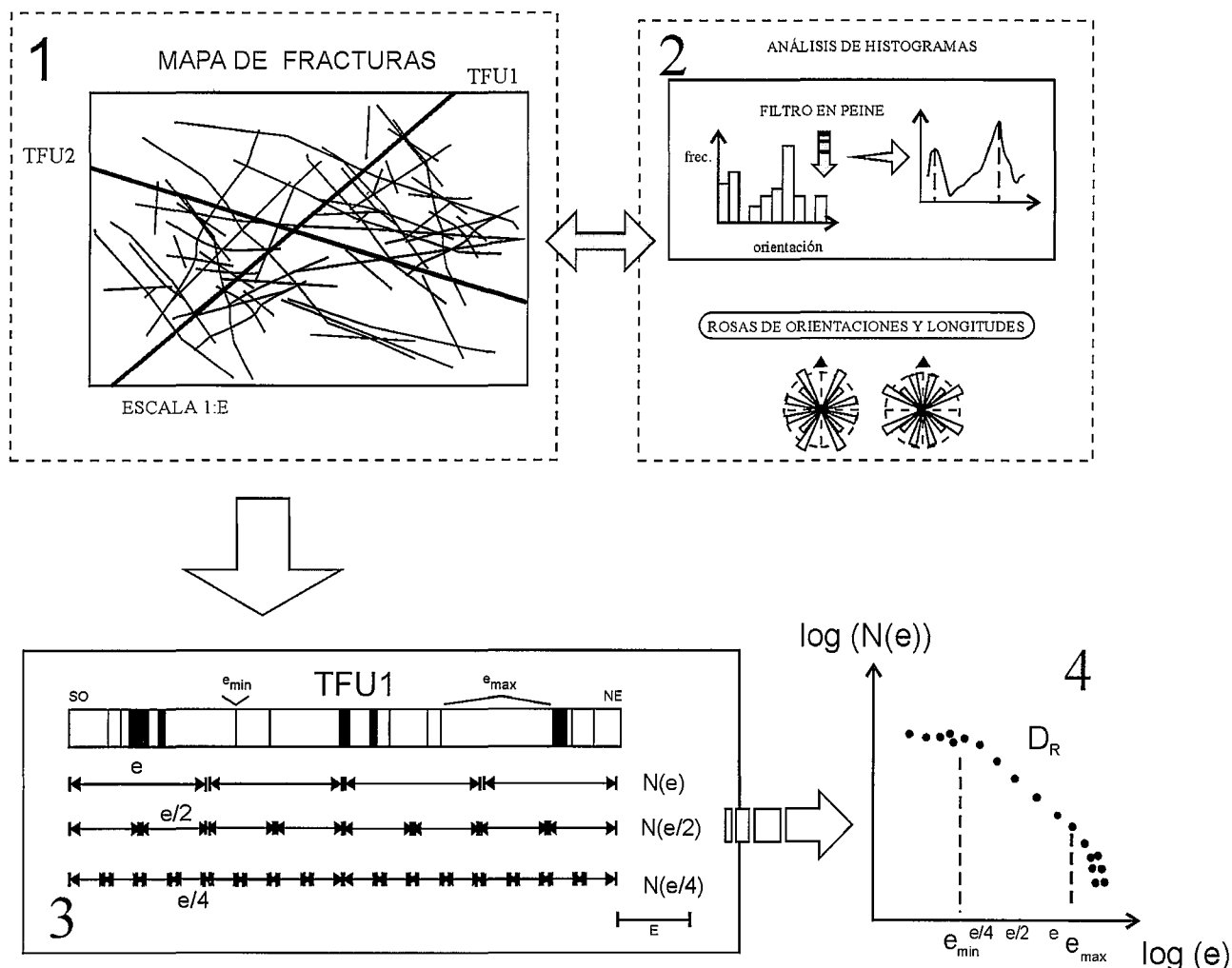


Figura 6.- Técnica de conteo binario de celdas 1-D (*box-counting 1-D*). Sobre un mapa de fracturas (1) estudiamos las orientaciones principales (2) y trazamos las trayectorias de intersección (TFU1 y TFU2) perpendicularmente a las modas principales. Realizamos los perfiles de fracturación (3) y aplicamos un recubrimiento de intervalos regulares entre los límites de escala mínima (e_{\min}) y máxima (e_{\max}). Contamos el número de intervalos ($N(e)$) que al menos contienen una falla y representamos (4) en un diagrama bilogarítmico el número de intervalos con fractura ($N(e)$, $N(e/2)$, $N(e/4)$) frente a la escala de intervalo (e , $e/2$, $e/4$), y estimamos la dimensión fractal (D_f) como la pendiente de la recta de ajuste.

las escalas 1:2.000, 1:10.000 y 1:500.000. Las orientaciones coincidentes en todos los casos son N-S, NE-SO y NO-SE. Tal comportamiento, junto con estudios fractales previos (Andrews, 1980, 1981; Allegré *et al.*, 1982; Avilés y Scholz, 1987; Turcotte, 1992, 1997; Gillespie *et al.*, 1993; Paredes, 1995; Stakhovsky, 1996; Castaing *et al.*, 1996; Koukouvelas *et al.*, 1999; Pérez López, 1999), justifica este tipo de análisis sobre conjuntos de fracturas cartografiadas.

Análisis bidimensional: Con la técnica de conteo binario de celdas 2-D se obtuvo la dimensión fractal de varios mapas de fracturas a diferentes escalas, con los límites de escala mínima y máxima de malla según el criterio anterior. Los valores calculados de la dimensión fractal de la distribución espacial de fracturas aparecen resumidos en la tabla II. La figura 7 muestra las curvas de regresión de la dimensión fractal calculada para la escala 1:10.000. En las demás escalas se ha procedido de igual forma. Las di-

mensiones fractales representativas de cada escala son los valores de malla normal. Los valores medidos en la traslación y rotación sirven para verificar el carácter autosemejante del conjunto de fracturas. Las variaciones apreciables en la traslación rondan el 1%, en general bastante coincidentes con el valor de malla normal. Girando la malla disminuye la calidad de medida al superponerse el mallado fuera de área fracturada, por lo que los resultados son poco significativos y no se han tenido en cuenta.

La dimensión fractal para las fracturas a escala 1:2.000 tiene un valor de 1,66, mucho menor que a escala 1:10.000, con una dimensión fractal asociada de 1,85. Como la dimensión fractal representa la irregularidad en la distribución de fracturas, el patrón de distribución de fracturas en esta última escala es más complejo, y además, con una mayor anisotropía en la densidad de fracturación. Por otro lado, estas fracturas se distribuyen sobre diferentes litologías, con distintas edades (leucogranito de dos micas, aplita, pegmatita y granodiorita de edad permo-

1:2.000		1:10.000		1:500.000	
orientación	Dim. fractal	orientación	Dim. fractal	orientación	Dim. fractal
0°	1,55	0°	1,58	50°	1,54
90°	1,48	52°	1,54	90°	1,57
135°	1,47	61°	1,54	150°	1,55
		90°	1,58		
		135°	1,51		

Tabla III. - Valores de la dimensión fractal con la orientación de la medida aplicando la técnica conteo binario 1-D (*box-counting 1D*).

triásica, y arcosas miocenas). En cambio, el mapa 1:2.000 está localizado enteramente en un área más homogénea en edad y litología (granito de dos micas). A escala regional, el valor de la dimensión fractal de la fracturación es de 1,78, valor que coincide con los obtenidos por otros autores aplicando esta misma técnica en otros ámbitos geológicos y en magnitudes similares de escala (Turcotte, 1992; Gillespie *et al.*, 1993; Walsh y Watterson, 1993).

Análisis unidimensional: Los perfiles de fracturación obtenidos al aplicar la técnica de conteo binario 1-D a escala 1:10.000 se muestran en la figura 8, localizados en el mapa según muestra la figura 9. Los valores de la dimensión fractal con la orientación de los perfiles de fracturación se resumen en la tabla III (todas las trayectorias y los perfiles de fracturación, están realizados bajo las mismas condiciones). No aparece una relación entre la dimensión fractal y la orientación al presentar valores bastante próximos entre si.

Cinemática y dinámica del macizo granítico (El Berrocal)

En este apartado se describen brevemente las características cinemáticas y dinámicas deducidas en la zona de estudio, para, posteriormente, poder realizar el análisis fractal de la fracturación discriminando mediante criterios dinámicos y cinemáticos.

Para el cálculo de los tensores de paleoesfuerzos se realizaron dos campañas de campo (50 días) en los que se recolectaron un total de 1994 datos mesoestructurales, de los que 690 son fallas con estrías, 567 venas y diques de cuarzo. A partir de estos datos, se calcularon 58 tensores de paleoesfuerzos en 60 estaciones de análisis, utilizando el modelo de deslizamiento (De Vicente, 1988), el método de inversión de esfuerzos (Reches, 1992) y método de los diedros rectos (Angelier y Mechler, 1977; De Vicente *et al.*, 1996). Estos datos puntuales de paleoesfuerzos fueron complementados por la datación mediante K-Ar en rocas

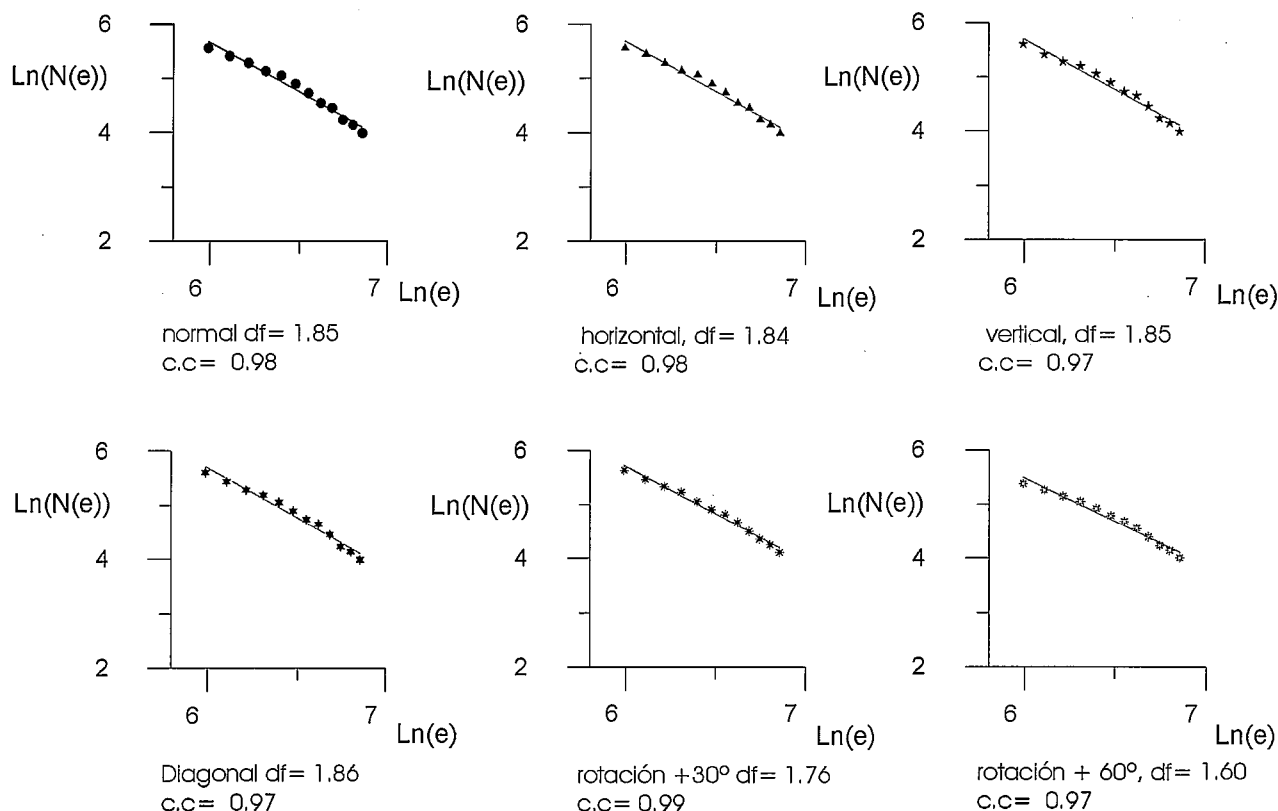


Figura 7.- Gráficos de la dimensión fractal (df) obtenida al aplicar el código DFP mediante la técnica de *box-counting 2-D*. Estas curvas corresponden al mapa de fracturas a escala 1:10.000, indicando el desplazamiento de la malla a lo largo del conjunto de fracturas. El coeficiente de correlación aparece reseñado como cc .

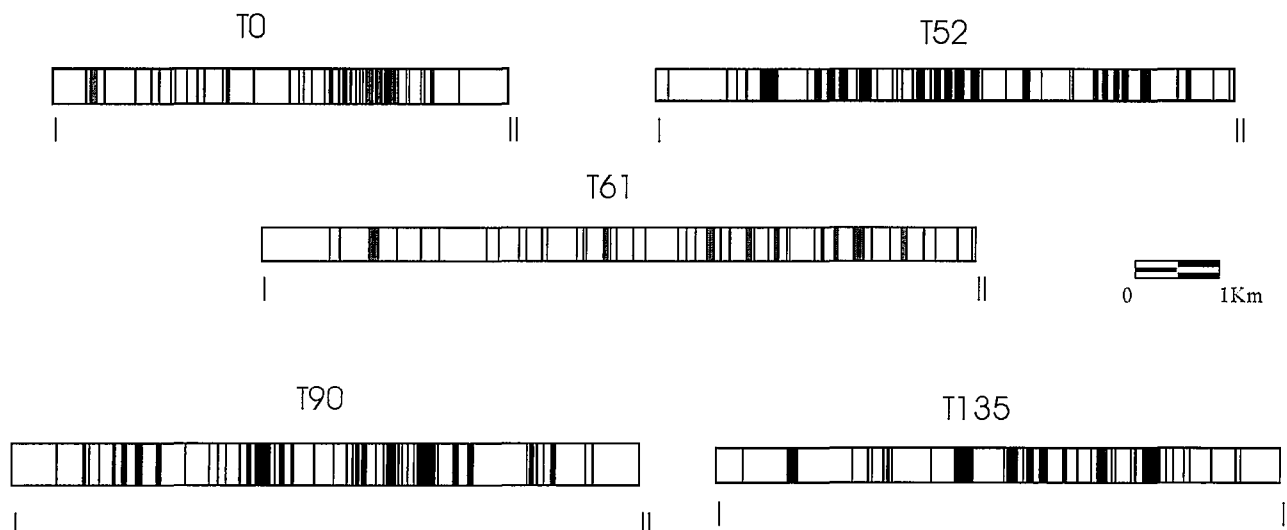


Figura 8.- Perfiles de fracturación para el mapa a escala 1:10.000. En cada uno de ellos aparece indicada la orientación del perfil medida desde el norte del mapa a favor de las agujas del reloj. La dimensión fractal obtenida es la dimensión fractal del perfil de fracturas.

escala	Campo de esfuerzos	Dimensión fractal
1:10.000	permotriásico	1,75
1:10.000	alpino	1,79

Tabla IV. - Dimensiones fractales de los dos campos de paleoesfuerzos (permotriásico y alpino). La técnica de análisis fractal usada fue el conteo binario de celdas 2-D (*box-counting*).

de falla y la termocronometría de huellas de fisión en apatitos (6 muestras) (Proyecto HIDROBAP, 1999) y el resto de información geológica y petrológica de la zona de estudio (Doblas, 1990; Campos *et al.*, 1996). El resultado de este análisis es la separación de dos eventos tectónicos diferentes (De Vicente *et al.*, 1999), resumido cada uno en un campo de paleoesfuerzos:

A) *Campo de esfuerzos extensional N-S:* (Proyecto HIDROBAP, 1999; De Vicente *et al.*, 1999) deducido a partir de los tensores de esfuerzo con una orientación de s_{Hmax} entre N70E-N120E. El 70% de los tensores son extensivos, y el resto de tipo desgarre. Este grupo de tensores define un *evento extensional de edad permotriásica*, con s_{Hmax} según N100E principalmente, que activa fallas normales E-O, direccionales dextrosas N60E y sinestrosas N120E (fig. 10). El buzamiento de los planos de falla aparece próximo a 80° con una moda de cabeceo de la estría entre 85° y 90°.

B) *Campo de esfuerzos "Alpino":* (proyecto HIDROBAP, 1999; De Vicente *et al.*, 1999) los tensores presentan una orientación de s_{Hmax} según N150E y N10W, con el 40% explicando fallas en dirección y el resto fallas normales y normal-direccionales. Este campo de paleoesfuerzos activa una primera familia de fallas normales N160E, una familia direccional dextrosa N120-140E y una tercera familia sinestrosa orientada según N10E-N30E. Los cabeceos de las estrías son más bajos que en el campo extensional N-S, con buzamientos cercanos a los 75°. Estos tensores definen un *campo de paleoesfuerzos "Alpino"* (Eoceno-Actualidad?) (Fig. 11).

Dimensión fractal de las fracturas agrupadas por criterios dinámicos. Análisis bidimensional (2-D)

La fracturación es un proceso geológico con una organización interna que se refleja por su comportamiento autosemejante. Cada evento tectónico discriminado mediante criterios estructurales muestra un comportamiento autosemejante propio con una dimensión fractal asociada. Esta dimensión fractal corresponde a la dimensión de cada campo de esfuerzos, tal y como si estos campos hubiesen actuado por separado y en un área con las mismas condiciones iniciales. Por tanto, el concepto de dimensión fractal según criterios dinámicos, indica la irregularidad del patrón de la fracturación en cada etapa de deformación.

Para interpretar correctamente los valores de la dimensión fractal en función del estado de esfuerzos, es fundamental tener en cuenta una serie de consideraciones geológicas. Gran parte de la deformación se acomoda a lo largo de fracturas menores (Scholz y Cowie, 1990; Marret y Allmendinger, 1991; Peacock *et al.*, 1998), y por ello, un mínimo de tres órdenes de magnitud en el tamaño de las fracturas en nuestra cartografía, dará lugar a un esquema más real del patrón de deformación frágil. Igualmente, al trabajar con diferentes escalas, varía sustancialmente el patrón de facturación sobre distintas litologías, que tienen un comportamiento diferente bajo un mismo estado de esfuerzos. Finalmente, es importante distinguir entre los estados de esfuerzos regionales y locales que determinen la distribución de fracturas.

A partir de los dos campos de esfuerzos obtenidos (permotriásico y alpino), se representan dos mapas separando las fracturas asociadas a cada campo de esfuerzos, tanto neoformadas como reactivadas. De esta manera, calculamos la dimensión fractal de la geometría de la fracturación en relación con el proceso que las

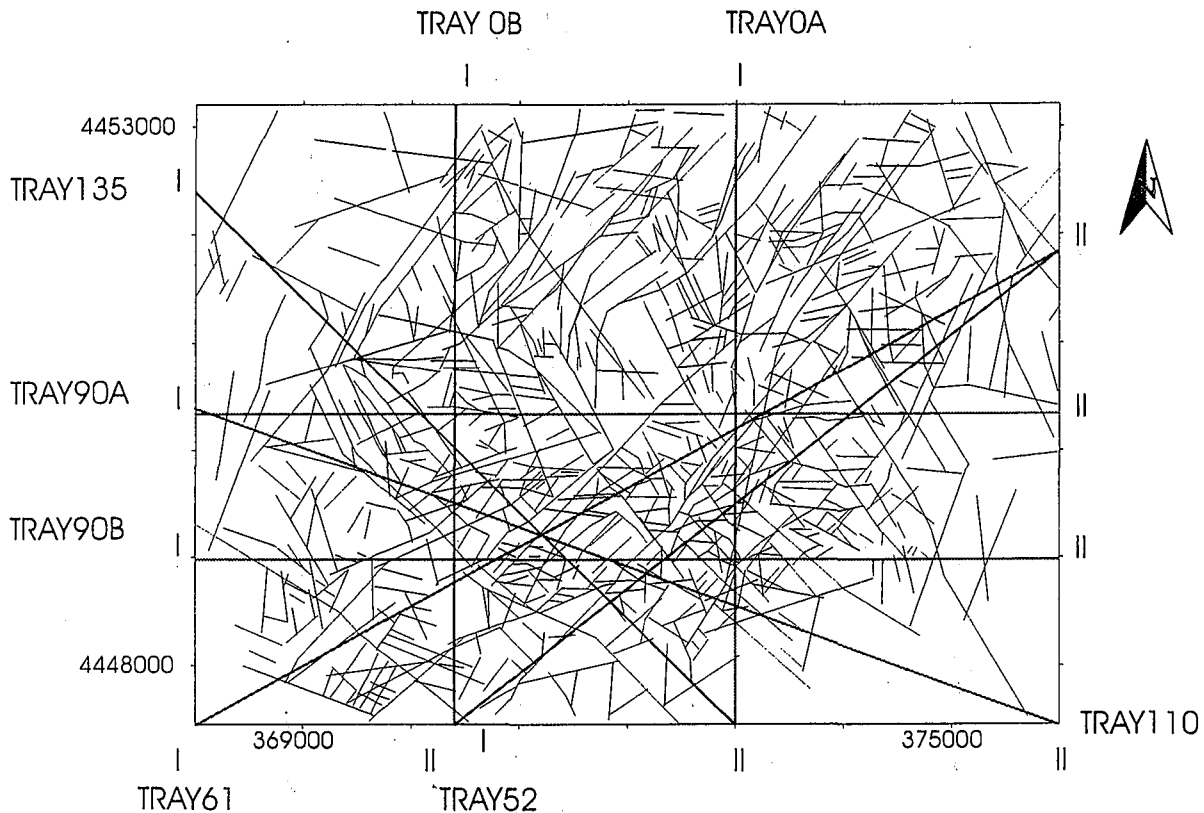


Figura 9.- Localización de los perfiles de fracturación obtenidos para la escala 1:10.000. La T hace referencia a la trayectoria, y el número posterior a su orientación en grados desde el norte y hacia el este. Estos perfiles aparecen acotados por las siglas I y II.

generó. Estos dos mapas conforman el mapa total a escala 1:10.000 (Fig. 12). Aunque se dispuso de tres escalas de trabajo (1:2.000, 1:10.000 y 1:500.000), se optó por el mapa de fracturas a escala 1:10.000 para realizar el análisis puesto que incluye la totalidad del macizo granítico de El Berrocal y cumple con las consideraciones geológicas anteriormente descritas.

La figura 12a muestra las fracturas generadas por el campo de paleoesfuerzos permotriásico mientras que la figura 12b es el conjunto de fracturas que responden a los tensores del campo alpino. Sobre estos dos mapas aplicamos la técnica de conteo binario de celdas 2-D con las dimensiones fractales permotriásicas y alpinas resultantes en la tabla IV.

Dimensión fractal según la orientación para cada campo de paleoesfuerzos. Análisis unidimensional (1-D)

Sobre los mapas de fracturas permotriásicas y alpinas 1:10.000 determinamos la dimensión fractal con la orientación (Tabla V). Los perfiles de fracturación escogidos son perpendiculares a las modas principales de orientación de fracturas para cada evento tectónico (Figs. 11a y 11b).

Para cada evento tectónico definido, hay variaciones significativas de la dimensión fractal con la orien-

1:10.000			
EVENTO	Dimensión fractal	Orientación	%masa
Permotriásico	1,56	0°	4
Permotriásico	1,75	30°	5
Permotriásico	1,53	150°	6
Alpino	-	30°	6
Alpino	1,79	50°	6
Alpino	1,74	60°	7
Alpino	1,58	95°	9.7
Alpino	1,59	120°	6

Tabla V. - Valores de la dimensión fractal con la orientación, en función del patrón de fracturación propio de cada campo de esfuerzos. El porcentaje de masa del sistema hace referencia al número de fallas involucradas en el cálculo, en función del número total.

tación del perfil de fracturación, lo que permite definir y cuantificar una anisotropía fractal con la orientación. Esta anisotropía es diferente en función del mapa de paleoesfuerzos analizado. La mayor dimensión fractal (1,75) en el campo permotriásico corresponde a los perfiles de fracturación T30a-T30b (Fig. 12a) orientado según N30E, mientras que en el campo alpino aparece en los perfiles T50 y T60 (Fig. 12b) orientados N50E y N60E, con un valor en la dimensión fractal de 1,79 y 1,74, respectivamente.

Es importante destacar que en el campo de esfuerzos permotriásico, la orientación de los perfiles de fracturación con la dimensión fractal máxima es perpendi-

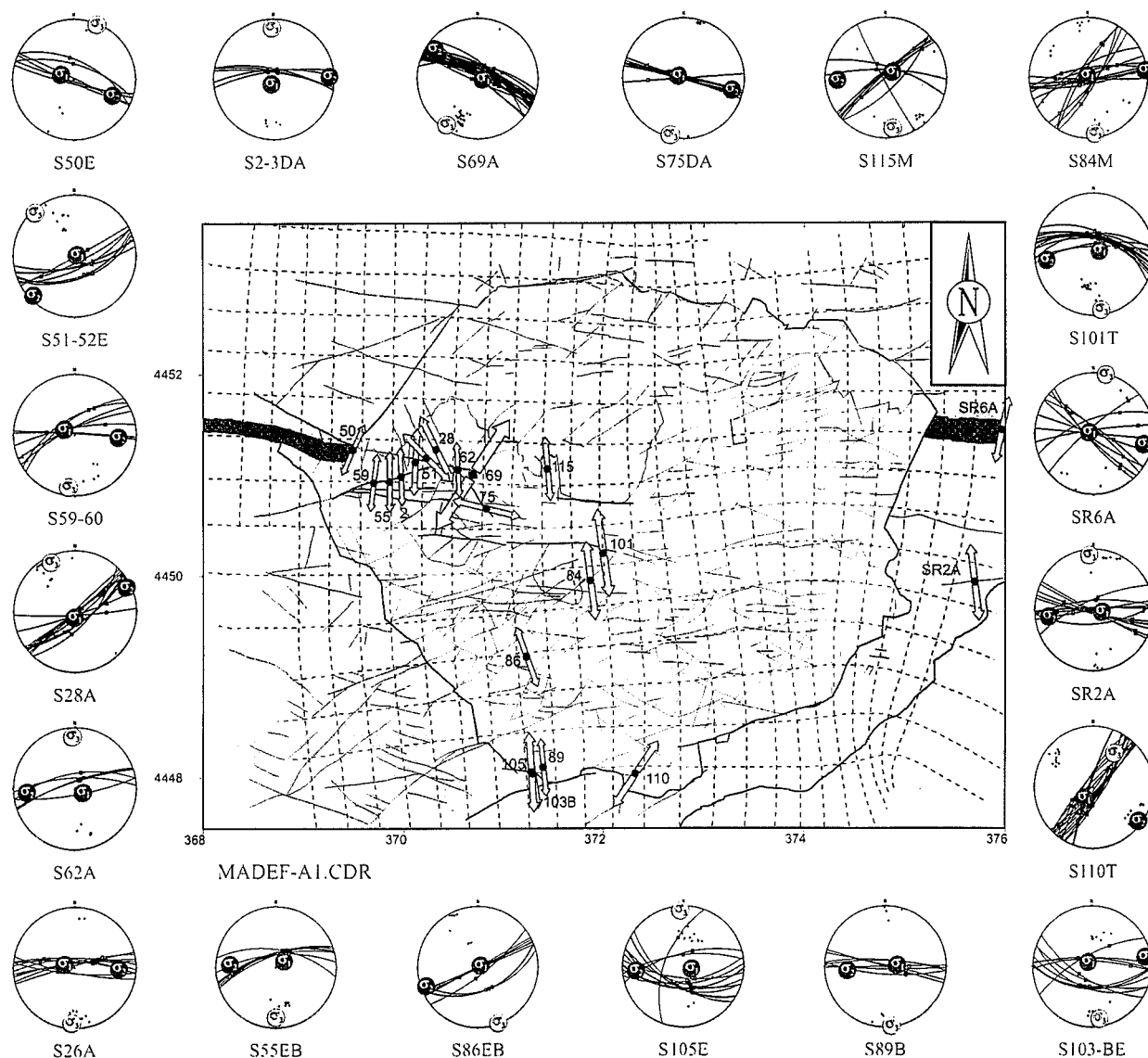


Figura 10.- Mapa de paleoesfuerzos y trayectorias de σ_{Hmax} y σ_{Hmin} para el campo de esfuerzos permotriásico extensivo N-S. En cada tensor (falsilla de Wulff, hemisferio inferior) se representa la localización de σ_1 , σ_2 y σ_3 y el nombre de la estación de medida. Las fracturas que aparecen corresponden a aquellas compatibles con ese campo de paleoesfuerzos a escala de afloramiento (HIDROBAP, 1999).

cular a la orientación de σ_{Hmax} N120E, y en el campo alpino, la orientación de máxima dimensión fractal también es perpendicular a la orientación de σ_{Hmax} , N150E.

Discusión

Dimensión fractal del conjunto total de fracturas: análisis bidimensional

La distribución espacial de fracturas en el plano sigue una ley de potencia cuyo exponente constituye su dimensión fractal. Esta propiedad define la fracturación como invariante al cambio de escala, aunque la dimensión fractal obtenida depende de la orientación de medida. La dimensión fractal de la distribución espacial de fracturas de los mapas totales en las escalas 1:2.000

y 1:10.000 calculada mediante la técnica de conteo binario 2-D (*box-counting*) es de 1,66 y 1,85, respectivamente. A escala regional, 1:500.000, el valor de la dimensión fractal es de 1,78. Estas diferencias en las dimensiones fractales son bastante significativas. Si la dimensión fractal nos muestra el grado de irregularidad del patrón de fracturación en esas escalas, la máxima complejidad en la distribución de fracturas se produce a escala 1:10.000. En la escala 1:500.000 aparecen más fracturas, y con mismo rango de órdenes de magnitud relativas al tamaño de esas fracturas (mínimo de tres órdenes de magnitud), lo que puede inducir erróneamente a pensar que se distribuyen más irregularmente. Un valor menor de la dimensión fractal en esta escala podría explicarse mediante una distribución de la fracturación más homogénea, que provoca una pérdida de

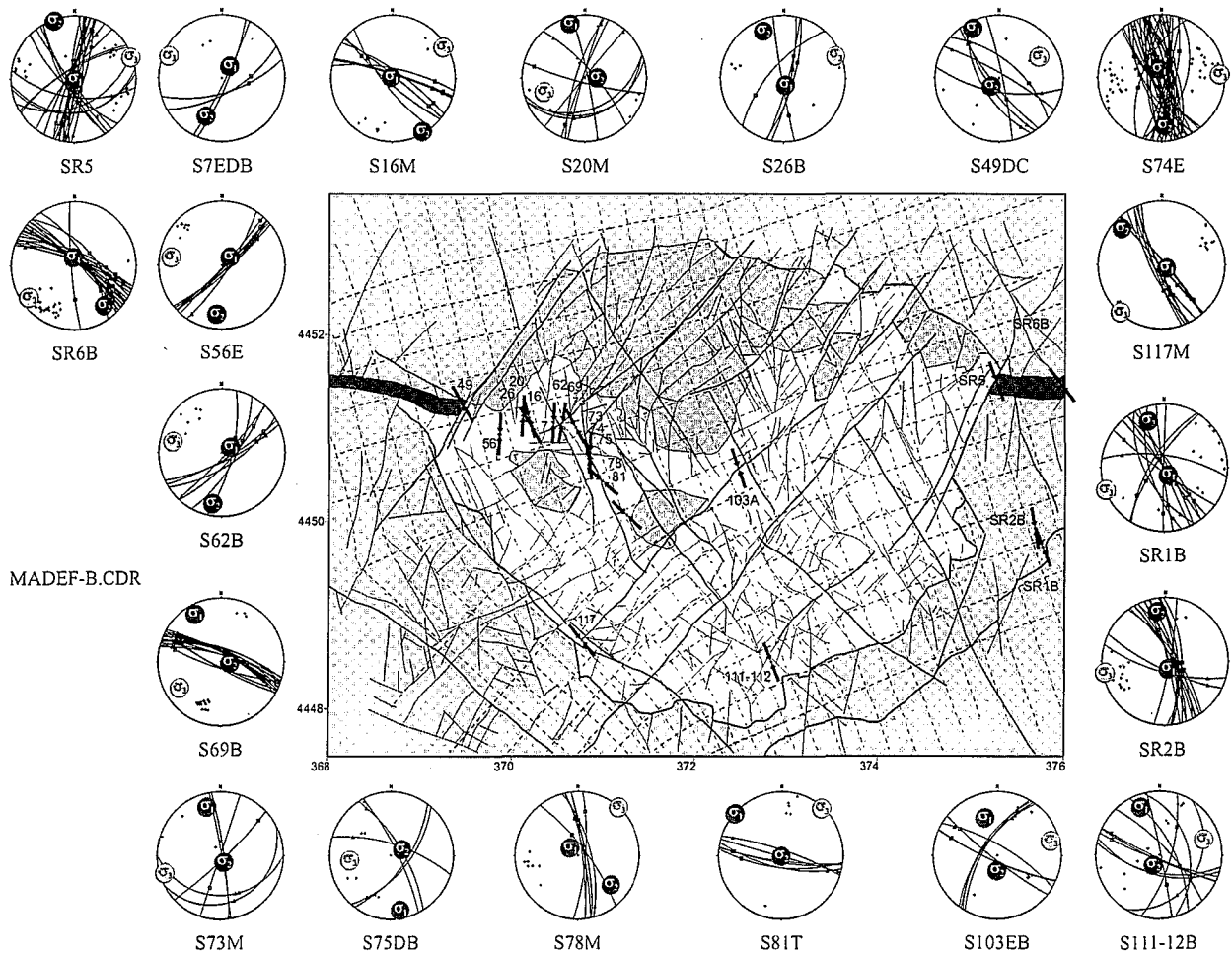


Figura 11.- Mapa de paleoesfuerzos y trayectorias de σ_{Hmax} y σ_{Hmin} para el campo de esfuerzos alpino. En cada tensor (falsilla de Wulff, hemisferio inferior) se representa la localización de σ_1 , σ_2 y σ_3 y el nombre de la estación de medida. Las fracturas que aparecen corresponden a aquellas compatibles con ese campo de paleoesfuerzos a escala de afloramiento (HIDROBAP, 1999).

información espacial respecto al grado de complejidad de esa misma distribución en escalas mayores (1:10.000). Tampoco hay que desechar la idea de un excesivo número de fracturas en la escala 1:500.000 que provoque esta homogeneización en la distribución de la densidad de fracturación. El valor más bajo de la dimensión fractal en la escala 1:2.000 indica que es el mapa más homogéneo de los representados. O bien refleja procesos más locales que no reflejan el grado de complejidad regional o bien no se ha caracterizado adecuadamente la totalidad de la fracturación y falta información espacial.

Dimensión fractal y campos de paleoesfuerzos

Los patrones de fracturación debidos a diferentes campos de paleoesfuerzos, también se distribuyen según una ley de potencia, y muestran una diferente dimensión fractal al aplicar la técnica bidimensional. Los valores obtenidos indican un mayor grado de complejidad en el campo alpino (1,79) frente al campo permotriásico (1,75). Este resultado es compatible con la idea de un campo de esfuerzos actuando en una zona donde anteriormente había actuado un campo previo, reactivando estructuras existentes y neoformando otras, aumentando finalmente el grado de complejidad en su patrón de fracturación.

vando estructuras existentes y neoformando otras, aumentando finalmente el grado de complejidad en su patrón de fracturación.

Dimensión fractal según la orientación del perfil de la fracturación: análisis unidimensional

En una primera aproximación sobre los conjuntos totales de fracturas se observa cierta homogeneidad en los valores de la dimensión fractal con la orientación. Aparece una tendencia generalizada hacia un valor central entre 1,54 y 1,58 en todas las escalas (Fig. 13a). Este valor central es menor que la dimensión fractal obtenida mediante el análisis bidimensional en las mismas escalas. Al disminuir el número de fracturas en nuestro análisis, la dimensión fractal será menor o igual que la calculada utilizando todas las fracturas. Debido a que el análisis unidimensional captura la irregularidad en una dirección, la suma geométrica de todos los perfiles, denominada multitrayectoria, homogeneiza y completa esta irregularidad reflejada en el valor de la dimensión fractal. Por este motivo, si en algún perfil de fracturación no se consigue el valor mínimo de porcentaje de masa del conjunto, es dis-

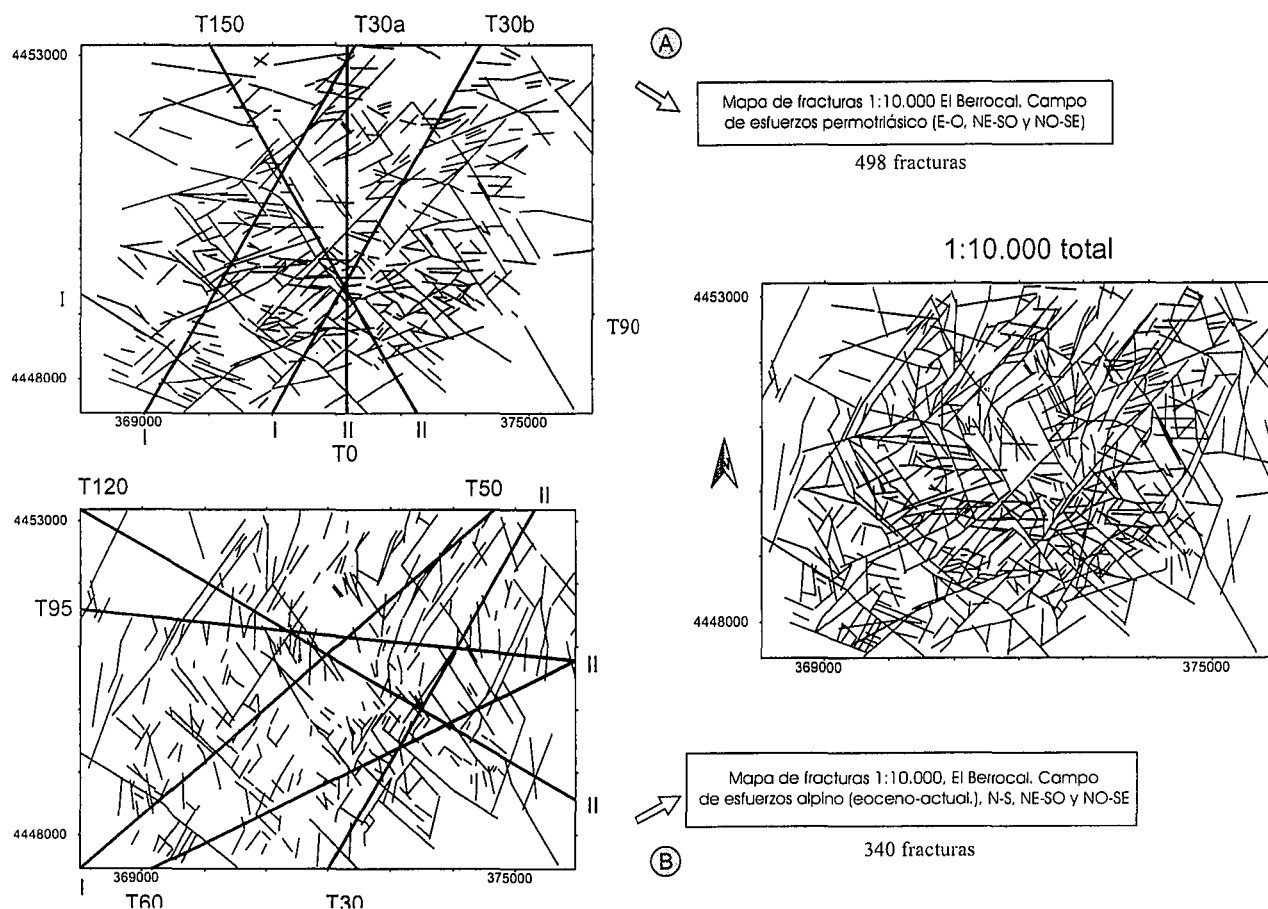


Figura 12.- Mapa de fracturas a escala 1:10.000 de las fracturas compatibles con el campo de esfuerzos permotriásico (a) y alpino (b). Sobre estos mapas realizamos un conteo binario en 1-D y 2-D para obtener la dimensión fractal de cada campo de paleoesfuerzos. Las trayectorias representadas corresponden a los perfiles de fracturas medidos.

	ESCALA	TIPO DE CONTEO	DIMENSIÓN FRACTAL
<i>Campo Permtriásico</i>	1:10.000	<i>Binario 1-D</i>	1,61
<i>Campo Alpino</i>	1:10.000	<i>Binario 1-D</i>	1,74
<i>Campo Permtriásico</i>	1:10.000	<i>Binario 2-D</i>	1,75
<i>Campo Alpino</i>	1:10.000	<i>Binario 2-D</i>	1,79

Tabla VI. - Dimensiones fractales calculadas mediante análisis uni y bidimensional para los campos de paleoesfuerzos permotriásico y alpino (Eoceno - actualidad). Los valores del análisis unidimensional corresponden a los máximos obtenidos.

cutible completar con multitrayectorias estos perfiles, sobre todo si no son complementarios (igual orientación).

Concretamente, se realizó la suma geométrica de todos los perfiles de fracturación estimados para la escala 1:10.000, con una dimensión fractal de 1,86. Este resultado se aproxima bastante al obtenido mediante el análisis bidimensional (1,85). Por este motivo, la técnica de conteo binario en 2-D no revela la dependencia de la dimensión fractal con el tensor de esfuerzos, y en general, no relaciona la dimensión fractal con los diferentes parámetros geológicos y tectónicos del área de estudio.

Separando las fracturas mediante criterios dinámicos (1:10.000), el ajuste de la figura obtenida al representar la dimensión fractal con la orientación, en el pla-

no y en coordenadas polares, es una elipse (Fig. 13b). Esta elipse es un indicador de la anisotropía de la dimensión fractal dentro un área fracturada bajo un campo de esfuerzos concreto (*elipse fractal*) (Pérez López, 1999). Los perfiles de fracturación analizados arrojaron una anisotropía fractal (valor de máxima dimensión fractal) según N30E (1,75) para el campo permotriásico y N50E (1,79) para el campo alpino (Fig. 13b). Estas dimensiones fractales máximas coinciden con el valor obtenido con el análisis bidimensional). Estos valores sugieren que la técnica 2-D homogeneiza la dimensión fractal, mostrando el valor de irregularidad máxima. En cambio, con la técnica unidimensional se asigna una orientación a la dimensión fractal máxima, siendo esta dirección perpendicular a la orientación de σ_{Hmax} .

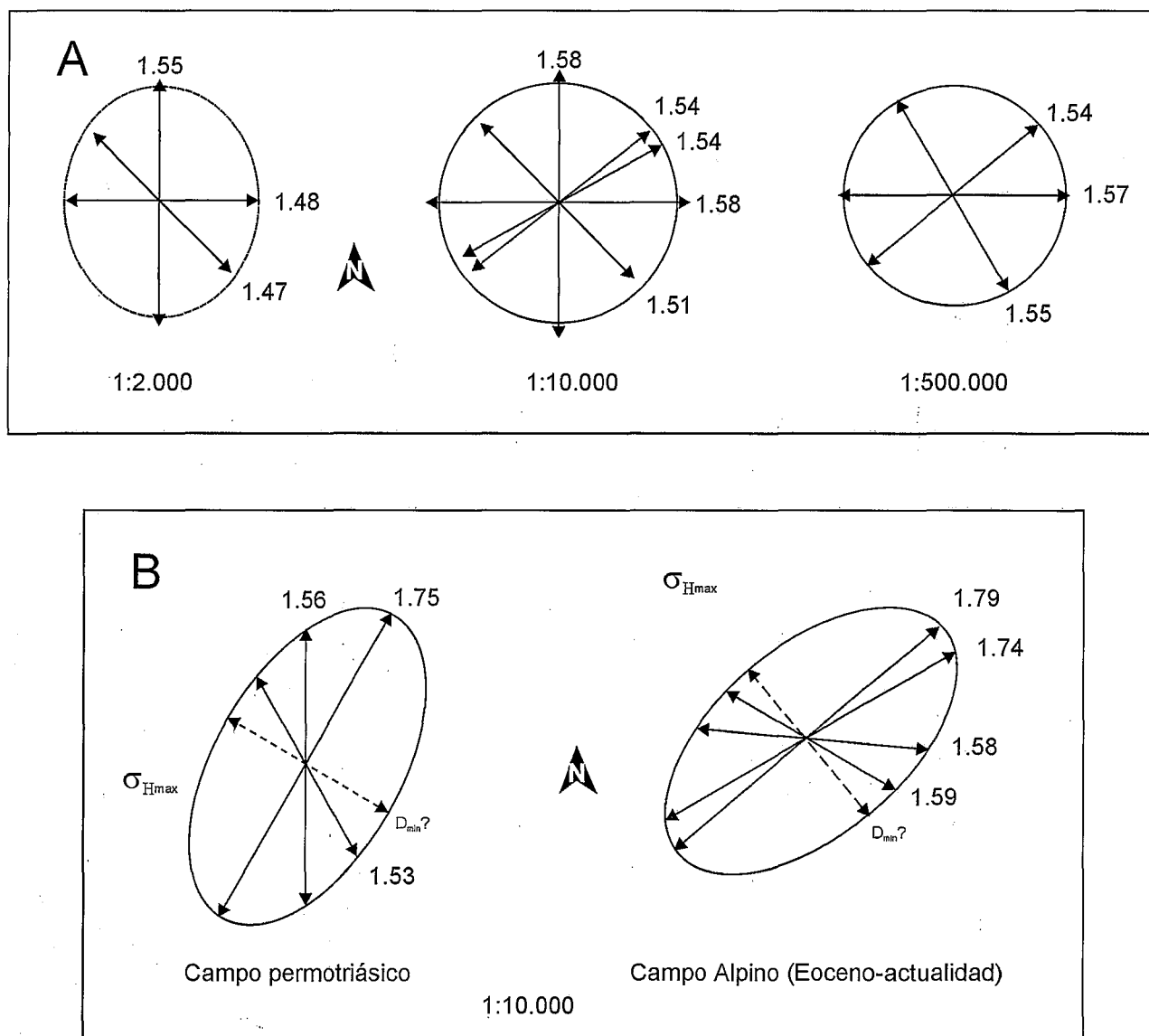


Figura 13.- (a): Dimensión fractal de los conjuntos totales de fracturas, 1:2.000, 1:10.000 y 1:500.000 con la orientación. (b): Representación de la anisotropía fractal mediante elipses fractales a partir de la fracturación permotriásica y alpina a escala 1:10.000. Relación con la orientación de σ_{Hmax} para ambos campos de paleoesfuerzos.

Conclusiones

Desde un punto de vista metodológico, la determinación de la escala mínima y máxima de comportamiento fractal debe de buscarse mediante criterios geológicos, en este caso en función del tamaño de la fractura menor y de la mayor área sin fracturar. En el *análisis bidimensional* es necesario desplazar y rotar la malla para comprobar el carácter autosemejante del conjunto. En el *análisis unidimensional*, debemos realizar perfiles orientados preferentemente perpendiculares a las modas principales y con un mínimo del 5% de masa del conjunto (número de fracturas frente al número total). Sumando todos los perfiles de fracturación obtenemos una dimensión fractal (*box-counting 1-D*) similar a la obtenida con la técnica bidimensional. De esta manera se homogeneiza cualquier anisotropía, indicando exclusivamente el grado de máxima irregularidad en el espaciado entre fracturas.

En relación a los conjuntos de fracturas, el comportamiento espacial de la fracturación en la zona de estudio es el de un fractal autosemejante. La mayor dimensión fractal a escala 1:10.000 (1,85) refleja un mayor grado de complejidad en el patrón de fracturación cartografiado.

El análisis fractal de la fracturación asociada a los campos de esfuerzos medidos, presenta distintos valores en la dimensión fractal (tabla VI), reflejando diferentes grados de complejidad en el patrón de fracturación. La mayor dimensión fractal del campo alpino, (1,79 en 2D y 1,75 en 1D), frente al campo de esfuerzos permotriásico (1,75 en 2D y 1,61 en 1D), resulta de un patrón con un índice de irregularidad más alto. La mayor irregularidad en la distribución de espaciado entre fracturas es debido a que el campo alpino reactiva estructuras previas permotriásicas y genera otras nuevas.

La dimensión fractal medida mediante el conteo binario de celdas en 1-D depende de la orientación del

perfil de fracturación analizado, mostrando una anisotropía fractal espacial de la fracturación. Esta anisotropía aparece como una elipse (*ellipse fractal*). Existe una relación entre la anisotropía fractal con la orientación de σ_{Hmax} , apareciendo esta última perpendicular a la orientación de dimensión fractal máxima. En consecuencia, la distribución espacial de la fracturación se comporta como un fractal autosemejante anisótropo, dependiendo esta anisotropía de cada estado de esfuerzos generador.

Estos resultados indican que el análisis fractal sobre distribuciones espaciales de fracturas independiente de criterios geológicos, provoca una homogeneización de las variables que conducen a un valor común de la dimensión fractal, valor cercano a 1,8.

Este trabajo forma parte de la tesis doctoral de Raúl Pérez López. Ha sido financiado por una beca FPI de la Comunidad de Madrid, y por ENRESA y el CSN dentro del proyecto HIDROBAP (Hidrogeología en Medios de Baja Permeabilidad). Los autores desean agradecer la colaboración en los trabajos de campo a todo el personal del CIEMAT, especialmente a la Dra. Rocío Campos, al Dr. Pérez del Villar y a D. Julio Pardillo; la colaboración y comentarios de D. Antonio Vela y D^a. Carmen Bajos, así como de D^a. Silvia Martín Velázquez en la corrección y redacción final de este artículo. También quisiéramos agradecer a los revisores sus correcciones.

Bibliografía

- Allegre, C.J., Le Mouél, J.L. y Provost, A. (1982): Scaling rules in rock fracture and possible implications for earthquake prediction. *Nature*, 297: 47-49.
- Andrews, D. J. (1980): A Stochastic Fault Model. 1. Static Case. *Jour. Geophys. Res.*, 85 B7: 3867-3877.
- Andrews, D. J. (1981): A Stochastic Fault Model. 2. Time-Dependent Case. *Jour. Geophys. Res.*, 86 B11: 10821-10834.
- Angelier, J. y Metchler, P. (1977): Sur une méthode graphique de recherche des contraintes principales également utilisable en tectonique et en seismologie: méthode des dièdres droites. *Bull. Soc. Geol. France*, 19: 1309-1318.
- Avilés, C.A. y Scholz, C.H. (1987): Fractal Analysis Applied to Characteristic Segments of the San Andreas Fault. *Jour. Geophys. Res.*, 92 B1: 331-344.
- Carta Digital de España (1994): Servicio Geográfico del Ejército de Tierra.
- Campos, R., Martín Benavente, C., Pérez del Villar, L., Pardillo J., Fernández Díaz, M., Quejido, A., De la Cruz, B. y Rivas, P. (1996): Aspectos geológicos: Litología y estructura a escala local y de emplazamiento. *Geogaceta*, 20 (7): 1618-1621.
- Capote, R., De Vicente, G. y González Casado, J.M. (1990): Evolución de las deformaciones alpinas en el Sistema Central Español. *Geogaceta*, 7: 20-22.
- Castaing, C., Halawani, M.A., Gervais, F., Chilés, J.P., Genter, A., Bourguin, B., Ouillon, G., Brosse, J.M., Martin, P., Genna, A. y Janjou, D. (1996): Scaling relationship in intraplate fracture systems related to Red Sea rifting. *Tectonophysics*, 261: 291-314.
- Cello, G. (1997): Fractal analysis of a Quaternary fault array in the central Apennines, Italy. *Jour. Struct. Geol.*, 19: 945-953.
- Cowie, P.A. y Scholz, C.H. (1992): Displacement-length scaling relationship for faults: data synthesis and discussion. *Jour. Struct. Geol.*, 14: 1149-1156.
- De Vicente, G. (1988): *Análisis Poblacional de Fallas. El sector de enlace Sistema Central-Cordillera Ibérica*. Tesis Doctoral, Univ. Complutense Madrid, 317 p.
- De Vicente, G., Giner, J.L., Muñoz Martín, A., González Casado, J.M. y Lindo, R. (1996): Determination of present-day stress tensor and neotectonic interval in the Spanish Central System and Madrid Basin, Central Spain. *Tectonophysics*, 266: 405-424.
- De Vicente, G., Muñoz Martín, A., Casquet, C., Pérez López, R. y Galindo, C. (1999): Fracture process characterization of an intraplate granite massif. (El Berrocal, Central Spain). En: *11th Meeting of the Association of European Geological Societies. European Palaeogeography and Geodynamics: a multidisciplinary approach*. Alicante.
- Doblas, M. (1990): *Estudio de las deformaciones tardihercínicas de los granitoides de un sector del SCE (zona central de Gredos y áreas adyacentes)*. Tesis Doctoral, Univ. Computense de Madrid: 465p.
- Fuster, J.M. y Villaseca, C. (1987): El complejo tardihercínico del Sistema Central Español. En: *Geología de los granitoides y rocas asociados al macizo hespérico*. (Lib. Hom. L. C. García de Figuerola). Ed. Rueda, Madrid.
- Galindo, C., Tornos, F., Darbyshire, D.P.F. y Casquet, C. (1994): Rb/Sr y K/Ar chronology of dykes from the Sierra de Guadarrama, Spanish Central System. *Geogaceta*, 16: 23-26.
- Gillespie, P.A., Howard, C.B., Walsh, J.J. y Watterson, J. (1993): Measurement and characterisation of spatial distributions of fractures. *Tectonophysics*, 226: 113-141.
- Harris, C., Franssen, R. y Loosveld, R. (1991): Fractal analysis of fractures in rocks: the Cantor's Dust method-comment. *Tectonophysics*, 198: 107-115.
- HIDROBAP (1999): Proyecto HIDROBAP Hidrogeología de medios de baja permeabilidad. CSN, colección otros documentos (20-2000): 238p.
- Jaffard, S. (1997): Multifractal formalism for functions. Part I: results valid for all functions. *SIAM J. Math. Anal.*, 28: 944-970.
- Koukouvelas, I.K., Asimakopoulou, M. y Doutsos, T. (1999): Fractal characteristics of active normal faults: an example of the eastern Gulf of Corinth, Greece. *Tectonophysics*, 308: 263-274.
- Mandelbrot, B.B. (1975): Stochastic models for the Earth's relief, the shape and the fractal dimension of the coast lines, and the number-area for islands. *Proceed. National Academy of Sciences USA* 72 (10): 3825-3828.
- Mandelbrot, B.B. (1982): *The Fractal Geometry of Nature*. W.H. Freeman, San Francisco, 460 p.
- Marret, R. y Allmendinger, R.W. (1991): Estimates of strain due to brittle faulting: sampling of fault populations. *Jour. Struct. Geol.*, 13: 47-50.
- Paredes, C. (1995): *Aplicación de la Geometría Fractal en las Ciencias de la Tierra*. Tesis Doctoral, E. T. S. Ingenieros de Minas, Universidad Politécnica de Madrid, 286 p.
- Peacock, D.C.P., Anderson, M.W., Morris, A. y Randall, D.E. (1998): Evidence for the importance of "small" faults on block rotation. *Tectonophysics*, 299: 1-13.
- Pérez López, R. (1999): *Análisis Fractal de la Distribución Espacial de Fracturas en El Berrocal (Sistema Central de España)*. Tesis de Licenciatura. Univ. Complutense de Madrid, 198 p.

- Reches, Z. (1992): Constrains on the strength of the Upper Crust from stress inversion of fault slip data. *Jour. Geophys. Res.*, 97: 12481-12493.
- Scholz, C.H. y Cowie, P. (1990): Determination of total strain from faulting using slip measurements. *Nature*, 346: 837-839.
- Stakhovsky, I.R. (1996): Multifractal Analysis of Fault Structures in Basement Rocks. En: *Basement Tectonics*, 11. (O. Oncken y C. Janssen Eds). Kluwer Academic Publisher. 101-110.
- Turcotte, D.L. (1992): *Fractal and Chaos in Geology and Geophysics*. Cambridge University Press, 208 p.
- Turcotte, D.L. (1997): *Fractal and Chaos in Geology and Geophysics* (2nd Edition). Cambridge University Press, 397 p.
- Velde, B., Dubois, J., Touchard, G. y Badri, A. (1990): Fractal analysis of fractures in rocks: the Cantor's Dust. *Tectonophysics*, 179: 345-352.
- Walsh, J.J. y Watterson, J. (1993): Fractal analysis of fracture patterns using the standard box-counting technique: valid and invalid methodologies. *Jour. Struct. Geol.*, 15: 1509-1512.
- Xu, Y. y Burton, P.W. (1999): Spatial Fractal Evolutions and Hierarchies for Microearthquakes in Central Greece. *Pure Appl. Geophys.*, 154: 73-99.

Manuscrito recibido el 5 de Enero de 2000

Aceptado el manuscrito revisado el 20 de Septiembre de 2000